

ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ – ΠΕΔΙΑ ΟΡΙΣΜΟΥ)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Αν σε ένα γραμμικό σύστημα είναι $D = 0$, τότε το σύστημα είναι κατ' ανάγκη αδύνατο.
- ii. Ένα γραμμικό σύστημα μπορεί να έχει δύο ακριβώς λύσεις.
- iii. Αν οι σταθεροί όροι ενός γραμμικού συστήματος είναι μηδέν, τότε το σύστημα δεν είναι αδύνατο.
- iv. Αν δύο συστήματα έχουν ακριβώς τις ίδιες λύσεις είναι ισοδύναμα.
- v. Το σύστημα των εξισώσεων δύο παράλληλων ευθειών έχει άπειρες λύσεις.

A2. Αν οι εξισώσεις του συστήματος $(\Sigma): \begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$ παριστάνουν ευθείες

$\varepsilon, \varepsilon'$, να αντιστοιχίσετε τις προτάσεις της στήλης Α με τις ισοδύναμές τους της στήλης Β

Στήλη Α	Στήλη Β
Α. οι $\varepsilon, \varepsilon'$ είναι παράλληλες	α. $D \neq 0$
Β. οι $\varepsilon, \varepsilon'$ τέμνονται	β. το (Σ) είναι αδύνατο
Γ. οι $\varepsilon, \varepsilon'$ συμπίπτουν	γ. το (Σ) έχει άπειρο πλήθος λύσεων

A3. Να λύσετε την ανίσωση: $\begin{vmatrix} x+2 & 3x-2 \\ 2x-3 & 1 \end{vmatrix} > 3x-1$

ΘΕΜΑ Β

B1. Αν οι ευθείες $(\varepsilon_1): 2\alpha x + \beta y = \alpha + 39$ και $(\varepsilon_2): x + (\alpha - \beta)y = \beta - 2$ τέμνονται στο σημείο $A(5, 3)$, να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

B2. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i. $f(x) = \frac{2+x}{|x|-2}$

iii. $f(x) = \frac{2+\sqrt{4-|x|}}{x^2-3x}$

ii. $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}+1}{x-4}$

iv. $f(x) = \frac{1}{|x|+x}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} x + \lambda y = -\lambda \\ 2x + (\lambda - 2)y = \lambda + 6 \end{cases}$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$,

το σύστημα έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) για την οποία ισχύει $|x_0 - y_0| < 5$

Γ2. Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} \lambda x + (\lambda + 1)y = 2\lambda + 1 \\ 2x + (2\lambda - 1)y = 5 \end{cases}$. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ , το

σύστημα :

i. έχει άπειρες λύσεις

ii. είναι αδύνατο

Γ3. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i. $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2+2x-3}}{x^2-16} + \frac{2}{|x-1|-2}$

iii. $f(x) = \sqrt{\frac{(x+1)(x^2-2x+3)}{x^2+x-6}}$

ii. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x-2}+9}{\sqrt{-x^2-x+12}}$

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε τα συστήματα :

$$(\Sigma_1): \begin{cases} (x+4)^2 - y = x^2 + 31 \\ \frac{x}{2} - \frac{9y-1}{4} = -x+1 \end{cases} \text{ και } (\Sigma_2): \begin{cases} \alpha x + \beta y = 1 \\ \alpha \beta x + \beta^2 y = \alpha^2 - 7 \end{cases}$$

τα οποία έχουν κοινή λύση.

Δ1. Να λύσετε το σύστημα (Σ_1)

Δ2. Να βρείτε τις τιμές των α, β

Δ3. Για το ζεύγος (α, β) για το οποίο ισχύει $\alpha + \beta + 1 = 0$, να λύσετε τα συστήματα:

i. $\begin{cases} \alpha \cdot |x| + \beta |y| = 1 \\ -\beta \cdot |x| - |y| = 5 \end{cases}$

ii. $\begin{cases} x^2 + y^2 = \alpha - \beta \\ xy = \alpha \end{cases}$