

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

1. Αν α, β ανάλογοι των γ, δ τότε $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta}$

2. Ισχύει πάντα: $\alpha\gamma = \beta\gamma \Leftrightarrow \alpha = \beta$

3. Ισχύει $(\alpha - \beta)^2 = (\beta - \alpha)^2$

4. Ισχύει $(-\alpha - \beta)^3 = -(\beta + \alpha)^3$

5. Η παράσταση $\frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$ ορίζεται για $x \neq 0$

10 Μονάδες

A.2 Να συμπληρωθούν τα κενά:

1. $(x^2 - 3x - 2)^2 = \dots$

2. $(x^2 - \dots)^2 = \dots - 2x^5 + \dots$

3. $(\dots - 2\beta)(\dots + \alpha\beta + \dots) = \frac{\alpha^3}{8} - 8\beta^3$

4. $(-2x + y)^3 = \dots$

8 Μονάδες

A.3 Για τους αριθμούς α, β ισχύει $\frac{\alpha}{4} = \frac{\beta}{6}$ και $3\alpha + 2\beta = 2$

i. Να δείξετε ότι $\alpha = \frac{1}{3}$ και $\beta = \frac{1}{2}$

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = -2[-2\alpha - 2[-\alpha(\beta - 2) - \beta(1 - \alpha)]]$

7 Μονάδες

ΘΕΜΑ Β

B.1 Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

i) $(\alpha + \beta)^3(\alpha - \beta) - (\alpha^4 - \beta^4) = 2\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)$

ii) $(x^2 + x + 1)^2 + (x - 1)^3 - (-x^2 - x)^2 = x(5 - x) + x^3$

15 Μονάδες

B.2 i) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\alpha^3 + \beta^3}{(\alpha - \beta)^2 + \alpha\beta} = \alpha + \beta$

ii) Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{\left(\frac{987}{2011}\right)^3 + \left(\frac{1024}{2011}\right)^3}{\left(\frac{987}{2011} - \frac{1024}{2011}\right)^2 + \frac{987 \cdot 1024}{2011^2}}$

10 Μονάδες

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$i) \frac{\alpha^3 - 6\alpha^2 + 9\alpha}{(\alpha - 2)(\alpha^2 + 4\alpha + 4)} \cdot \frac{9\alpha^2 - 36}{\alpha^2 - 8\alpha + 15}$$

$$ii) \frac{x^3 + y^3}{x^4 - y^4} \cdot \frac{yx^2 + y^3}{(x+y)^2 - 3xy} \cdot \left(\frac{x+y}{x^2 - y^2} \right)^{-1}$$

Μονάδες 13

Γ.2 . Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$i) \frac{(\alpha^8 + 2\alpha^4 x^2 + x^4)(\alpha^4 - x^2)}{(\alpha^2 + x)(\alpha^6 - \alpha^4 x + \alpha^2 x^2 - x^3)}$$

$$ii) \frac{x^4 + 2x^3\psi - \psi^4 - 2x\psi^3}{x^3 + 3x^2\psi + 3x\psi^2 + \psi^3}$$

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1 i) Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση:

$$(2x - 1)^3 + 27x^3 - (5x - 1)^3$$

$$ii) \text{Να λυθεί η εξίσωση : } (2x - 1)^3 + 27x^3 - (5x - 1)^3 = 0$$

Μονάδες 10

$$\Delta. 2 \text{ Έστω } x = \left[\frac{2^{11} \cdot (2^4)^{-3}}{(2^{-3})^2} \right] : \left(\frac{1}{2^{-18}} \cdot \frac{1}{2^{12}} \right) \text{ και } y = \frac{4^5 \cdot 9^6}{6^{12}} \left[-(-1)^{2012} \right]$$

i) Να βρείτε τις τιμές των x, y

$$ii) \text{ Αν } x = \frac{1}{2} \text{ και } y = -\frac{1}{4} \text{ να βρείτε την τιμή της παράστασης } A = \frac{(x^4 \cdot y^{-3})^3 \cdot (x^2 \cdot y)^{-5}}{[x^3 (y^2)^{-4}]^2}$$

iii) Αν $A=1$ να βρεθούν οι αριθμοί α, β για τους οποίους ισχύει:

$$(\alpha - 1)^2 + (\beta + 3)^2 = 2(2\alpha + \beta) - 3A$$

Μονάδες 15

Καλή επιτυχία