

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

04/12/2016

Όνοματεπώνυμο:

Θέμα 1^ο

A. Να γραφεί ο ορισμός της απόλυτης τιμής.

Μονάδες 5

B. Να αποδείξετε ότι $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$

Μονάδες 10

Γ. Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

1. Αν $|x| = |\alpha|$, τότε $x = \alpha$
2. Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει $|x| > 0$
3. Αν $\alpha < -20$ και $\beta < -1$, τότε $\alpha \cdot \beta < 0$
4. Ισχύει $(x^2 - 4)^2 + (x + 2)^2 > 0$ για κάθε πραγματικό αριθμό x
5. Αν α, β ομόσημοι, τότε $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$
6. Αν $(\alpha - \beta)^2 \leq 0$, τότε οι α, β είναι ίσοι.
7. Αν x, y ετερόσημοι, τότε $|x \cdot y| = x \cdot y$
8. Αν $x < y < 0$, τότε $x^2 < y^2$
9. Αν $|x| = |y| = |\omega| = 0$, τότε $x = y = \omega$
10. Αν $x^2 > x$, τότε $x < 1$

Μονάδες 10

Θέμα 2^ο

A. i) Αν $\alpha < \beta$ να συγκριθούν οι αριθμοί $A = \alpha^3 - \beta^3$ και $B = \alpha \cdot \beta^2 - \beta \cdot \alpha^2$

Μονάδες 4

B. Δίνεται η παράσταση $A = |3x - 6| + 2$, όπου ο x είναι πραγματικός αριθμός.

α) Να αποδείξετε ότι:

i) για κάθε $x \geq 2$, $A = 3x - 4$

ii) για κάθε $x < 2$, $A = 8 - 3x$.

β) Αν για το x ισχύει ότι $x \geq 2$, να αποδείξετε ότι: $\frac{9x^2 - 16}{|3x - 6| + 2} = 3x + 4$.

Μονάδες 15

Γ. Να δείξετε ότι:

i) $(\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta \geq -3\beta^2$

ii) $\alpha^2 - 4\alpha + 5 > 0$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Αν $|3\alpha + 2| < |2\alpha + 3|$, να αποδείξετε ότι: $|\alpha| < 1$

Μονάδες 10

B. Για τους πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι

$$\bullet |\alpha - 2| < 1 \quad \bullet |\beta - 3| \leq 2$$

α) Να αποδειχθεί ότι $1 < \alpha < 3$.

Μονάδες 2

β) Να βρεθεί μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται ο β .

Μονάδες 3

γ) Να βρεθεί μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η παράσταση $2\alpha - 3\beta$.

Μονάδες 5

δ) Να βρεθεί μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η παράσταση $\frac{\alpha}{\beta}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Δίνονται οι αριθμοί α και β για τους οποίους ισχύει:

$$|\alpha - 2| + |\alpha + 2\beta - 8| = 0$$

i) Να δείξετε ότι: $\alpha = 2, \beta = 3$

ii) Αν ισχύει ότι $\alpha < x < \beta$

α. Να δείξετε ότι $A = 2$ με $A = |x - 2| - |x - 3| + |2x - 7|$

β. Να απλοποιηθεί η παράσταση $B = ||\alpha - x| - 1|$

γ. Να δείξετε ότι: $\frac{1}{3} < \frac{1}{A+B} < \frac{1}{2}$

Μονάδες 15

B. Αν $\left| \frac{\alpha + 4}{\alpha + 1} \right| = 2$, να δείξετε ότι: $|\alpha| = 2$

Μονάδες 10

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ