ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ονοματεπώνυμο:

11/11/2017

Θέμα 1°

1. Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της και αντίστροφα αν ένα σημείο ισαπέχει από τις πλευρές μιας γωνίας, τότε ανήκει στη διχοτόμο της. (15 μον.)

2. Να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις. (10 μον.)

1. Ένα ισοσκελές τρίγωνο είναι και ισόπλευρο.
2. Ένα ισοσκελές τρίγωνο είναι πάντα οξυγώνιο.
3. Δυο ισόπλευρα τρίγωνα με ίσες περιμέτρους ειναι ίσα.
4. Οι διχοτόμοι των γωνιών ισοπλεύρου τριγώνου είναι και μεσοκάθετοι των πλευρών του.
5. Στο ισοσκελές τρίγωνο κάθε διάμεσος είναι και ύψος.
6. Δυο τρίγωνα που έχουν δυο πλευρές και μία γωνία ίσες είναι ίσα.
7. Αν δύο τρίγωνα έχουν και τις τρεις γωνίες τους ίσες μία προς μία , τότε είναι ίσα.
8. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία τότε θα έχουν και τις τρίτες πλευρές ίσες.
9. Αν για δύο τρίγωνα ΑΒΓ και Α΄Β΄Γ΄ ισχύει: $\alpha = \alpha'$ $\gamma = \gamma'$ και $A = A'$, τότε αυτά είναι ίσα.
10. Το απόστημα κάθε χορδής ενός κύκλου διχοτομεί τη χορδή και το αντίστοιχο τόξο της.

Θέμα 2°

Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο ΔΕΖ (ΔΕ = ΔΖ) και οι διχοτόμοι του ΕΚ και ΖΛ.Να αποδείξετε ότι :

α) ΕΚ=ΖΛ (8 μον.)

β) τα Κ,Λ ισαπέχουν από τη ΕΖ. (8 μον.)

γ) τα Κ,Λ ισαπέχουν από τις ΔΕ,ΔΖ αντίστοιχα . (9 μον.)

Θέμα 3ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ. Προεκτείνουμε τις ίσες πλευρές ΒΑ και ΓΑ κατά τμήματα ΑΕ και ΑΔ αντίστοιχα τέτοια ώστε ΑΕ=ΑΔ. Παίρνουμε σημεία Ζ, Η και Μ τα οποία είναι τα μέσα των ΔΒ, ΕΓ και ΒΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ είναι ίσα. (4 μον.)

β) το ΜΖΗ είναι ισοσκελές. (8 μον.)

γ) το ΑΖΗ είναι ισοσκελές. (8 μον.)

δ) η ΑΜ είναι μεσοκάθετος των ΒΓ και ΖΗ. (5 μον.)

Θέμα 4ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Στην προέκταση της ΓΒ παίρνουμε σημείο Δ τέτοιο, ώστε ΒΔ = ΑΒ και στην πρέκταση της ΒΓ σημείο Ε τέτοιο, ώστε ΓΕ = ΑΓ. Αν οι διχοτόμοι των γωνιών $A\hat{B}\Delta$ και $A\hat{\Gamma}E$ τέμνουν τις ΑΔ και ΑΕ στα σημεία Ζ και Θ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι :

α) οι ΒΖ και ΓΘ είναι μεσοκάθετες των ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα. (9 μον.)

β) αν Ι είναι το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών $A\hat{B}\Delta$ και $A\hat{\Gamma}E$,

i. το τρίγωνο ΑΔΙ είναι ισοσκελές. (8 μον.)

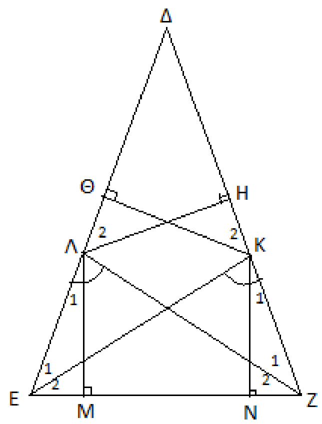
ii. το τρίγωνο ΔΙΕ είναι ισοσκελές. (8 μον.)

Απαντήσεις

Θέμα 1^{ο}

1. Σχολικό βιβλίο σελίδες 51 και 52.
2. 1.Λ 2.Λ 3.Σ 4.Σ 5.Λ 6.Λ 7.Λ 8.Λ 9.Λ 10.Σ

Θέμα 2^{ο}



Α. Συγκρίνουμε τα ΕΚΖ και ΕΛΖ

Αυτά έχουν α)την ΕΖ κοινή β) $\widehat{E_2} = \widehat{Z_2}$ ως μισά ίσων γωνιών γ) $\hat{E} = \hat{Z}$ (Υ)

Άρα από ΓΠΓ τα τρίγωνα είναι ίσα και θα έχουμε α) ΕΛ= ΚΖ β) **ΕΚ=ΛΖ** γ) $\hat{\Lambda} = \hat{K}$

Β. Φέρουμε τα κάθετα ευθύγραμμα τμήματα ΛΜ και ΚΝ.

Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΕΛΜ και ΚΝΖ

Αυτά έχουν α) $\hat{E} = \hat{Z}$ (Υ) β)ΕΛ=ΚΖ (α)

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα και θα έχουμε α) **ΛΜ=ΚΝ** β) ΕΜ=ΝΖ γ) $\widehat{\Lambda 1} = \widehat{K1}$

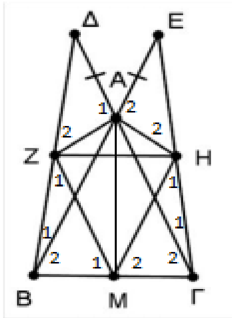
Γ. Φέρουμε τα κάθετα ευθύγραμμα τμήματα ΛΗ και ΚΘ.

Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΔΛΗ και ΔΘΚ

Αυτά έχουν α) ΔΛ=ΔΚ ως διαφορά ίσων τμημάτων β) $\hat{\Delta}$ κοινή

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα και θα έχουμε α) **ΛΗ=ΘΚ** β) ΔΘ=ΔΗ γ) $\widehat{\Lambda 2} = \widehat{K2}$

Θέμα 3ο



Α. Συγκρίνουμε τα ΑΔΒ και ΑΕΓ

Αυτά έχουν α) ΑΔ=ΑΕ (Υ) β) ΑΒ=ΑΓ (Υ) γ) $\widehat{A1} = \widehat{A2}$ ως κατακορυφήν γωνίες

Άρα από ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα και θα έχουν $\hat{\Delta} = \hat{E}$, $\widehat{B1} = \widehat{\Gamma 1}$, **ΔΒ=ΕΓ**

Β. Αρκεί να αποδείξουμε ότι ΖΜ=ΜΗ.

Συγκρίνουμε τα ΒΜΖ και ΜΗΓ

Αυτά έχουν α) ΒΜ=ΜΓ (Υ) β) ΒΖ=ΗΓ ως μισά ίσων τμημάτων γ) $Z\hat{B}M = H\hat{\Gamma}M$ ως άθροισμα ίσων γωνιών .

Άρα από ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα και θα έχουν **ΖΜ=ΜΗ** , $\widehat{Z1} = \widehat{H1}$, $\widehat{M1} = \widehat{M2}$

Γ. Αρκεί να δείξουμε ότι ΑΖ=ΑΗ.

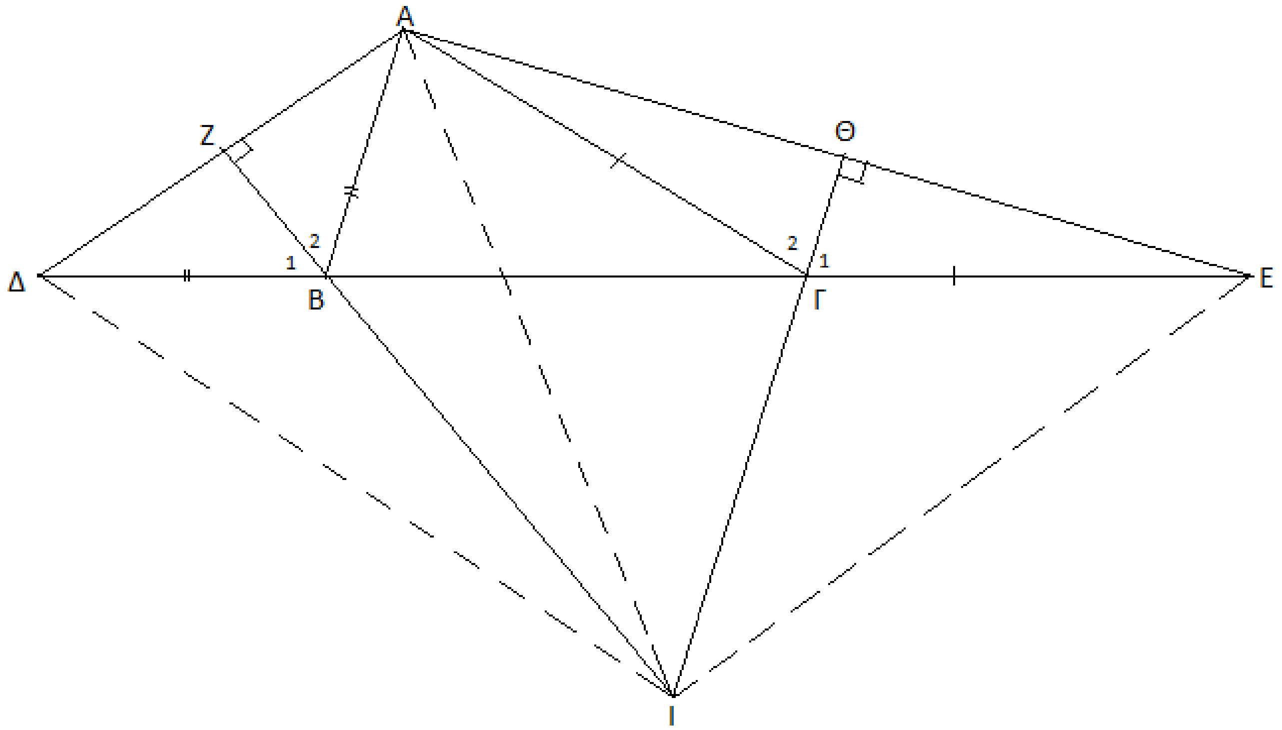
Συγκρίνουμε τα ΑΔΖ και ΑΕΗ

Αυτά έχουν α) ΑΔ=ΑΕ (Υ) β) ΔΖ=ΕΗ ως μισά ίσων τμημάτων γ) $\hat{\Delta} = \hat{E}$ (α)

Άρα από ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα και θα έχουν **ΑΖ=ΑΗ** , $\widehat{Z2} = \widehat{H2}$, $\widehat{A1} = \widehat{A2}$

Δ. Αφού τα Α, Μ ισαπέχουν από τα Β,Γ και τα Ζ, Η τότε η ΑΜ θα είναι μεσοκάθετος των ΒΓ και ΖΗ αντίστοιχα.

Θέμα 4°



A. AB=BΔ οπότε το ABΔ είναι ισοσκελές και αφού η BΔ είναι διχοτόμος του τότε θα είναι διάμεσος και ύψος, άρα και μεσοκάθετος της AΔ. Ομοίως στο AΓE η ΓΘ είναι μεσοκάθετος της AE.

B. i. Στο AΔI, το IZ είναι ύψος και διάμεσος άρα είναι ισοσκελές με IΔ=IA (1)

ii. Στο AIE, το IΘ είναι ύψος και διάμεσος άρα είναι ισοσκελές με IA=IE (2)

Οπότε από (1) και (2) IA=IΔ=IE και το IΔE είναι ισοσκελές